2018年度 経済数学 定期試験 略解

1. (1) $f'(x) = 5x^4 - 4x$, (2) $f'(x) = 2x \log x + x$.

2. $f_x(x,y) = -x^3 + 2y$, $f_y(x,y) = 2x - 3y^2$,
$f_{xx}(x,y) = -3x^2$, $f_{xy}(x,y) = 2$, $f_{yx}(x,y) = 2$, $f_{yy}(x,y) = -6y$.

3. (1) $-\dfrac{1}{3}$, (2) $-\dfrac{11}{27}$, (3) -1, (4) -5.

4. $z = -5(x+1) - 5(y-1)$ または $z = -5x - 5y$.

5. $a - h \leq x \leq a + h$ を満たすすべての実数 x に対し, $f(x) \geq f(a)$

6. 一階の条件 (一階偏微分 $= 0$ の連立方程式) を解いて, $(x,y) = (1,0), (2,1)$. 二階の条件を用いることで $f(x,y)$ は $(x,y) = (1,0)$ では極値を取らないこと, $(x,y) = (2,1)$ では極大値を取ることが分かる. 結論は, $f(x,y)$ は $(x,y) = (2,1)$ で極大値 -1 を取り, 他の (x,y) では極値を取らない, となる.

注意: これは略解で,

- 極値を取る (x,y) の候補を見つけるために解くべき連立方程式,
- 極値判定の根拠となるヘシアンや二階偏微分の値 (とその符号)

などは答案に含めなくてはいけません. 上のような解答を書いた場合, 10点以上減点する予定です.

7. ラグランジュ関数の一階偏微分 $= 0$ を解くと, 四つの解

$$(x,y) = (-3,-1), \quad (1,3), \quad (-3,3), \quad (1,-1)$$

を得る. また, もう一つ解くべき連立方程式は解を持たないことが分かる. 上の四つの解を最大値・最小値を求めたい関数 $xy - x + y$ に代入し, 大小を比較することで,

- $(x,y) = (-3,-1), (1,3)$ のとき最大値 5,
- $(x,y) = (-3,3), (1,-1)$ のとき最小値 -3

を取ることが分かる.

注意: 問題6の略解と同様, 上のような書き方をすると大幅な減点です. ラグランジュ関数の具体的な形, 解くべき連立方程式などは答案に含めなくてはいけません.