2016 年度 経済数学 定期試験 略解 (暫定版)

1. (1) $f'(x) = 5x^4 - 2$, (2) $f'(x) = \dfrac{1 - \log x}{x^2}$.

2. $f_x(x, y) = 4x^3 - 3y^2$, $f_y(x, y) = -6xy + 2$,
$f_{xx}(x, y) = 12x^2$, $f_{xy}(x, y) = -6y$, $f_{yx}(x, y) = -6y$, $f_{yy}(x, y) = -6x$.

注意: $f_x(x, y) =$ などを書かず, $4x^3 - 3y^2$, $-6xy + 2, \ldots$ などと書いてあった答案がありました. これだと, どの偏微分を計算しているかが全く分かりませんので, 10 点減点しました.

3. (1) 1, (2) 2, (3) 0, $\dfrac{1}{2}$, (4) 1.

4. $z = 3(x - 1) + 3(y + 1)$ または $z = 3x + 3y$.

注意: $z =$ が書かれていないものは 3 点減点しました. $z = 3x + 3y$ を満たす (x, y, z) を xyz 空間にすべてプロットすると平面を表すのであって, $3x + 3y$ だけだと何を表しているのかよく分からなくなるためです. $z =$ がないのは平面や曲面の意味を理解していないと思われますので, 本当は完全に間違いとしたいところですが, 今回は上の減点のみに留めたいと思います.

5. $a - h < x < a + h$ を満たすすべての x に対し, $f(x) \leq f(a)$

6. 一階の条件 (一階偏微分 $= 0$ の連立方程式) を解いて, $(x, y) = (0, 0), (1, -1)$. 二階の条件を用いることで $f(x, y)$ は $(x, y) = (0, 0)$ では極値を取らないこと, $(x, y) = (1, -1)$ では極小値を取ることが分かる. 結論は, $f(x, y)$ は $(x, y) = (1, -1)$ で極小値 -1 を取り, 他の (x, y) では極値を取らない, となる.

7. ラグランジュ関数の一階偏微分 $= 0$ を解くと, 二つの解

$$(x, y) = \left(\frac{1}{\sqrt{2}}, -\frac{1}{\sqrt{2}}\right), \quad \left(-\frac{1}{\sqrt{2}}, \frac{1}{\sqrt{2}}\right)$$

を得る. また, もう一つ解くべき連立方程式は解を持たないことが分かる. 上の 2 つの解を, 最大値・最小値を求めたい関数 $-3x + y$ に代入し, 大小を比較することで,

- $(x, y) = \left(-\dfrac{1}{\sqrt{2}}, \dfrac{1}{\sqrt{2}}\right)$ のとき最大値 $2\sqrt{2}$,
- $(x, y) = \left(\dfrac{1}{\sqrt{2}}, -\dfrac{1}{\sqrt{2}}\right)$ のとき最小値 $-2\sqrt{2}$

を取ることが分かる.

全体の注意: 以上はあくまで略解である, ということに注意してください. **6** と **7** については, 上のような書き方をするとかなり減点されます. 具体的にどのような連立方程式ができるか, ラグランジュ関数の具体的な形はどのようになっているか, などは必ず答案に含める必要があります. また, **6** では, 極値を取ることや極大/極小と判定したことの根拠 (具体的には, ヘシアンや二階偏微分係数の符号) が明記されていないものは減点です.

現在, 採点の途中ですが, 気づいたことをいくつか書いておきます.

- 記述問題では, 基本的には上から下に答案を読んでいきますので, そのような順序で答案を書きましょう. また, 右の方が開いてしまうと言う場合は, 真ん中あたりに線を引くなどして, スペースをうまく使いましょう.
- どのような順序で読んでいいか分からない答案がありました. また, 解読が困難な字の答案も見受けられました. 目に余るものは, (現時点では)**6**, **7** において各々 $4 \sim 8$ 点減点しています.
- 問題用紙の注意事項にも書いた通り, 裏面の所定の位置に学生番号, 名前のないものは, 裏面の解答の有無に関係なく 5 点の減点です. 今年は記入漏れが多かったように思います.