2015 年度 経済数学 定期試験 略解

1. (1) $f'(x) = 6x^5 - 5$, (2) $f'(x) = \dfrac{2\log x}{x}$.

2. $f_x(x,y) = 3x^2 - 2y$, $f_y(x,y) = -2x - 2y - 3$,
$f_{xx}(x,y) = 6x$, $f_{xy}(x,y) = -2$, $f_{yx}(x,y) = -2$, $f_{yy}(x,y) = -2$.

3. (1) 1, (2) 7, (3) $\dfrac{1}{3}$, (4) $-\dfrac{31}{27}$.

4. $z = 5(x-1) - (y+1) + 3$ または $z = 5x - y - 3$.

5. $\displaystyle\lim_{k\to 0}\frac{f(a,b+k)-f(a,b)}{k}$. 他に, $\displaystyle\lim_{h\to 0}\frac{f(a,b+h)-f(a,b)}{h}$ や $\displaystyle\lim_{y\to b}\frac{f(a,y)-f(a,b)}{y-b}$, $\displaystyle\lim_{h\to 0}\frac{f(a,b)-f(a,b-h)}{h}$ なども正解.

6. 一階の条件 (一階偏微分$=0$の連立方程式) を解いて, $(x,y) = (0,0), (-1,-1)$. 二階の条件を用いることで $f(x,y)$ は $(x,y) = (0,0)$ では極値を取らないこと, $(x,y) = (-1,-1)$ では極大値を取ることが分かる. 結論は, $f(x,y)$ は $(x,y) = (-1,-1)$ で極大値 1 を取り, 他の (x,y) では極値を取らない, となる.

7. ラグランジュ関数の一階偏微分$=0$を解くと, 四つの解

$$(x,y) = (1,1), \quad (-1,-1), \quad \left(\frac{\sqrt{15}}{3}, -\frac{\sqrt{15}}{3}\right), \quad \left(-\frac{\sqrt{15}}{3}, \frac{\sqrt{15}}{3}\right)$$

を得る. また, もう一つ解くべき連立方程式は解を持たないことが分かる. 上の 4 つの解を, 最大値・最小値を求めたい関数 xy に代入し, 大小を比較することで,

- $(x,y) = (1,1), (-1,-1)$ のとき最大値 1,
- $(x,y) = \left(\dfrac{\sqrt{15}}{3}, -\dfrac{\sqrt{15}}{3}\right), \left(-\dfrac{\sqrt{15}}{3}, \dfrac{\sqrt{15}}{3}\right)$ のとき最小値 $-\dfrac{5}{3}$

を取ることが分かる.

これはあくまで略解である, ということに注意してください. **6** と **7** については, 上のような書き方をするとかなり減点されます. 具体的にどのような連立方程式ができるか, ラグランジュ関数の具体的な形はどのようになっているか, などは必ず答案に含める必要があります. また, **6** では, 極値を取ることや極大/極小と判定したことの根拠 (具体的には, ヘシアンや二階偏微分係数の符号) が明記されていないものは減点です.