

基礎数学 A 定期試験 問題用紙

平成 26 年 8 月 5 日 (火)3 講目 (12:50~14:00, 70 分)

注意事項:

- 指定された座席に座ること.
- 問題用紙 (本紙)1 枚, 計算用紙 1 枚, 解答用紙 1 枚.
- 学生証, 仮学生証のいずれかを所有している学生のみ受験を認める.
- 筆記用具と計時機能のみの時計以外, 持ち込み不可である. 携帯電話等の時計使用は認めない.
- 机に文字等が書かれている場合, 全て消すこと. 消すことができない場合, 監督者に申し出ること. なお, 試験前, 試験最中を問わず, 机への記入, 計算は不正行為とみなす.
- 問題の解答はすべて**解答用紙の所定の位置に記入すること**. 解答は必ず枠内に収めること. 枠外への記述は無視して採点する.
- 試験開始直後に**学生番号, 氏名を解答用紙の所定の欄 (2 か所) に記入すること**. 氏名 (フルネーム) が全くないものは採点の対象外, 部分的な記入漏れは 5 点減点する.
- 極端に薄い字や小さい字, 読ませるつもりのない字など, 判読困難なものは採点の対象外とする. また, 消したかどうか分からない文字や二通り以上に読むことのできる文字は悪意を持って採点する (= 配点の少ないほうに解釈する). その他, 採点者に優しくないと判断される答案も減点する.
- **解答用紙を必ず提出すること**. 提出がない場合, その学生は呼び出しを受け, 最悪の場合, 不正行為と認定される. 問題用紙, 計算用紙は持ち帰ること.
- この試験は 110 点満点である.

1.(10点) 66の正の約数をすべて求めよ. 答えのみでよいが, 「1, 2, 3」のように数の間はコンマで区切ること. また, 小さい値から答えること. 「3, 1, 2」のように小さい値から答えていないものは0点とする.

2.(10点×2=20点) 次の最大公約数を計算せよ(答えのみでよい).

(1) $\gcd(21, 35)$, (2) $\gcd(5917, 2867)$.

3.(10点×2=20点) 次の方程式を満たす整数の組 (x, y) を一組答えよ. 方程式を満たす整数の組 (x, y) が存在しない場合, 「存在しない」と書くこと(答えのみでよい).

(1) $6x - 2y = 9$, (2) $26x - 62y = 4$.

4.(10点×2=20点) 次の数を71で割ったときの余りを $0, 1, \dots, 69, 70$ から選べ(答えのみでよい).

(1) 2^{500} , (2) $69!$.

5.(10点, やや難) $2014080520140805(20140805$ を2回繰り返したもの) を10001で割った余りを求めよ.

ヒント: 2014080520140805 を, 2014 と 805 と 10^\square (\square は適当な非負整数) たちの積と和で表せ. それに $10^4 \equiv -1 \pmod{10001}$ を用いると...

6.(15点) $x^3 = 4$ を満たす有理数 x は存在しないことを証明せよ. ただし, 実質的に「 $\sqrt[3]{4}$ が無理数だから」としか書いていない答えは, 証明して欲しいことを言い換えているだけなので0点とする. また, 特定の数が無理数であることを用いた証明は, その数が無理数であることを証明しない限り, 大幅に減点する.

7. a, b, c を整数, m を正の整数とする. このとき, 次の問いに答えよ.

(1) $a \equiv b \pmod{m}$ の定義を述べよ. 必要なら, 「約数」や「割り切れる」といった用語を説明無しに用いてよい. (5点)

(2) (1) で述べた定義に基づいて, 「 $a \equiv b \pmod{m}$ かつ $b \equiv c \pmod{m}$ が成り立つならば, $a \equiv c \pmod{m}$ が成り立つ」ことを証明せよ. (10点)

以上

解答用紙提出の前に

解答用紙の表裏に学生番号, 氏名の書き忘れがないことを確認してください. 問題用紙(本紙)と計算用紙は持ち帰ってください. また, 学生証も忘れないようにしてください.