

現代の数学II 定期試験 問題用紙

2月10日(月)2 講目(11:00~12:20, 80分)

注意事項:

- 指定された座席に座ること.
- 問題用紙(本紙)1枚, 計算用紙1枚, 解答用紙1枚.
- 学生証, 仮学生証のいずれかを所有している学生のみ受験を認める.
- 筆記用具と計時機能のみの時計以外, 持ち込み不可である. 携帯電話等の時計使用は認めない.
- 机に文字等が書かれている場合, 全て消すこと. 消すことができない場合, 監督者に申し出ること. なお, 試験前, 試験最中を問わず, 机への記入, 計算は不正行為とみなす.
- 問題の解答はすべて解答用紙の所定の位置に記入すること. 解答は必ず枠内に収めること. 枠外への記述は無視して採点する.
- 試験開始直後に学生番号, 氏名を解答用紙の所定の欄(2か所)に記入すること. 氏名(フルネーム)が全くないものは採点の対象外, 学生番号のないもの等は5点減点する.
- 極端に薄い字や小さい字, 読ませるつもりのない字など, 判読困難なものは採点の対象外とする. また, 消したかどうか分からない文字や二通り以上に読むことのできる文字は悪意を持って採点する(=配点の少ないほうに解釈する). その他, 採点者に優しくないとは判断される答案も減点する.
- 解答用紙は必ず提出すること. 提出がない場合, その学生は呼び出しを受け, 最悪の場合, 不正行為と認定される. 問題用紙, 計算用紙は持ち帰ること.
- この試験は85点満点である. 試験の得点が80点以上の場合は80点, 80点未満の場合はその点数を定期試験の得点とする. レポートの点数と合算し, 成績を判定する.

1.(5点) 次の連分数を分数 $\frac{m}{n}$ の形に直せ.

$$[1; 3, 5, 7] = 1 + \frac{1}{3 + \frac{1}{5 + \frac{1}{7}}}$$

2.(10点) $\frac{37}{13}$ を連分数 $[a_0; a_1, \dots, a_n]$ に直せ. ただし, n は正の整数, $a_0 \sim a_n$ は正の整数で, かつ $a_n \geq 2$ となるように n および $a_0 \sim a_n$ を定めること (答えのみでよい).

3.(10点) 最大公約数 $\gcd(4819, 3239)$ を求めよ (答えのみでよい).

4.(10点) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n^3 + 2014}{3n^3 + n + 1}$ を計算せよ (答えのみでよい).

5.(10点) 循環小数 $0.\overline{54} = 0.545454\dots$ を既約分数に直せ (答えのみでよい).

6.(15点) $x^2 - 83y^2 = 1$ を満たす整数の組 (x, y) で, $x > 0$ かつ $y > 0$ を満たすものを二組答えよ (答えのみでよい. 「 $(x, y) = (1, 2)$ および $(3, 4)$ 」などのように答えよ).

7.(5 + 10 + 10 = 25点) 漸化式

$$a_1 = \sqrt{2}, \quad a_{n+1} = \sqrt{2 + a_n}$$

で定まる数列 $\{a_n\}_{n=1}^{\infty}$ を考える. 次の問いに答えよ. 以下の問では, すべての正整数 n に対し $a_n \geq \sqrt{2}$ が成り立つことは, 断りなく用いてよい.

(1) $\{a_n\}_{n=1}^{\infty}$ が収束すると仮定する. このとき, $\{a_n\}_{n=1}^{\infty}$ の極限值 $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n$ を求めよ (答えのみでよい).

(2) すべての正整数 n に対し, $a_n \leq 2$ が成り立つことを証明せよ.

(3) $\{a_n\}_{n=1}^{\infty}$ は単調増加列であることを証明せよ. (2) が出来なかったとしても, (2) の結論を用いてよい.

注意: 7の解答欄は表面(1~6の解答欄がある方)から記入すること. 裏面を使用する場合, 表面の7の解答欄の右下に「裏面あり」などと書くこと. 解答用紙には小問の区切りを設けていないので, 各自適当にスペースを配分して解答すること.

以上

解答用紙提出の前に

解答用紙の表裏に学生番号, 氏名の書き忘れがないことを確認してください. 問題用紙(本紙)と計算用紙は持ち帰ってください.