

# 基礎数学 A 定期試験 問題用紙

7月30日(火)3 講目 (12:50~14:00, 70分)

## 注意事項:

- 指定された座席に座ること.
- 問題用紙(本紙)1枚, 計算用紙1枚, 解答用紙1枚.
- 学生証, 仮学生証のいずれかを所有している学生のみ受験を認める.
- 筆記用具と計時機能のみの時計以外, 持ち込み不可である. 携帯電話等の時計使用は認めない.
- 机に文字等が書かれている場合, 全て消すこと. 消すことができない場合, 監督者に申し出ること. なお, 試験前, 試験最中を問わず, 机への記入, 計算は不正行為とみなす.
- 問題の解答はすべて解答用紙の所定の位置に記入すること. 解答は必ず枠内に収めること. 枠外への記述は無視して採点する.
- 試験開始直後に学生番号, 氏名を解答用紙の所定の欄(2か所)に記入すること. 氏名(フルネーム)が全くないものは採点の対象外, 学生番号のないもの等は5点減点する.
- 極端に薄い字や小さい字, 読ませるつもりのない字など, 判読困難なものは採点の対象外とする. また, 消したかどうか分からない文字や二通り以上に読むことのできる文字は悪意を持って採点する(=配点の少ないほうに解釈する). その他, 採点者に優しくないとは判断される答案も減点する.
- 解答用紙は必ず提出すること. 提出がない場合, その学生は呼び出しを受け, 最悪の場合, 不正行為と認定される. 問題用紙, 計算用紙は持ち帰ること.
- この試験は110点満点である.

1.(10点) 42の数の正の約数をすべて求めよ. 答えのみでよいが, 「1, 2, 3」のように数の間はコンマで区切ること. また, 小さい値から答えること. 「3, 1, 2」のように小さい値から答えていないものは0点とする.

2.(10点×2=20点) 次の最大公約数を計算せよ(答えのみでよい).

(1)  $\gcd(12, 21)$ ,      (2)  $\gcd(1591, 1073)$ .

3.(10点×2=20点) 次の方程式を満たす整数の組  $(x, y)$  を一組答えよ. 方程式を満たす整数の組  $(x, y)$  が存在しない場合, 「存在しない」と書くこと(答えのみでよい).

(1)  $8x + 2y = 3$ ,      (2)  $16x + 51y = 5$ .

4.(10点×2=20点) 次の数を67で割ったときの余りを  $0, 1, \dots, 65, 66$  から選べ(答えのみでよい).

(1)  $2^{200}$ ,      (2)  $66!$ .

5.(10点, やや難)  $93^{2013}$  を10進数表記したときの末尾2桁を求めよ. 10の位が0の場合は0も書くこと. 例えば, 3102の末尾2桁は02である. 本問は答えのみでよい.

ヒント:  $n = 5$  くらいまで  $93^n$  の末尾2桁を計算してみると... 合同式も活用せよ.

6.(15点) すべての正の整数  $n$  について,

$$\sum_{j=1}^n j^3 = \left( \frac{n(n+1)}{2} \right)^2$$

が成り立つことを数学的帰納法で証明せよ. 数学的帰納法以外の証明は10点を上限として採点する. 解答用紙のスペースの大きさに注意して答案を作成すること.

7.(15点) 素数は無数に存在することを証明せよ. (本問は, 本科目の内容を知らない人を納得させられるか, ということに主眼を置いて採点する. 授業で扱った事実を用いてよいが, それが「本科目の内容を知らない人」にとって受け入れ難い事実であれば, 本問の得点は低くなることに注意せよ.)

以上

解答用紙提出の前に

解答用紙の表裏に学生番号, 氏名の書き忘れがないことを確認してください. 問題用紙(本紙)と計算用紙は持ち帰ってください.