

日経平均V I 先物のリスクヘッジ手段としての有効性

2010702 新行内 翔太
平成 24 年度提出

目次

第1章 はじめに

- 1.1. 研究の背景と目的
- 1.2. 先行研究

第2章 恐怖指数

- 2.1. 恐怖指数とは
- 2.2. 恐怖指数の算出方法
 - 2.2.1. Volatility
 - 2.2.2. ブラックショールズの公式 と Implied Volatility

第3章 日経平均VI先物、VIX先物

- 3.1. VI先物、VIX先物の取引概要
- 3.2. VI先物でのリスクヘッジの特徴
 - 3.2.1. Systematic risk
 - 3.2.2. VI、VIXのボラティリティ
 - 3.2.3. VIの平均回帰性

第4章 日経平均VI先物の代替

- 4.1. 恐怖指数と恐怖指数先物の比較

第5章 研究の方法

- 5.1. 最小分散ヘッジレシオ

第6章 研究の結果

- 6.1. VI先物保有量の決定
- 6.2. 最小分散ヘッジレシオhで2008～2011年運用した結果
- 6.3. 最小分散ヘッジレシオhで2008年のみ運用した結果

第7章 考察

第8章 結論

参考文献一覧

1. はじめに

1.1. 研究の背景と目的

2008年9月15日、アメリカの証券会社であるリーマン・ブラザーズの破綻に端を発するリーマンショックによって、世界の金融市場は全面的な株価急落に見舞われた。ポートフォリオをいろいろな国や業種の株式に分散化することによって、それぞれの株が持つリスクを相殺してポートフォリオの価値を安定して保存することができる。しかし、こうした株価の全面的急落が起きた場合に、分散投資だけでポートフォリオの価値を安定させることは難しい。このようなシステムティックリスクをヘッジするためには先物やオプションなどの派生商品が必要である。

この研究ではその商品の中でも日経平均V I先物取引のリスクヘッジ手段としての有効性について論じる。株式ポートフォリオに日経平均V I先物を組み込み、過去のデータを用いて仮想的に運用していたとするなら、リスクヘッジまたはポートフォリオの価値保存手段としてどれほど有効であったのかを考察し、日経平均V I先物取引の利用によってポートフォリオのさらなる分散化・リスクの軽減を達成し、ポートフォリオの価値をより安定的に保存できるという結論を導く。

この研究題材を選んだきっかけは、リーマンショックが発生したときに、アメリカで算出されている恐怖指数(VIX)と呼ばれるものが株価急落とは反対に急上昇をみせ、それに基づく派生商品が投資家の新しいリスクヘッジの手段として話題となったことである。そして2012年2月27日、日本版恐怖指数(VI)を取り扱った金融商品「日経平均V I先物」の取引が大阪証券取引所で始まった。

我々は、この取引が始まったばかりの金融商品を使ったリスクヘッジ方法がなぜ注目されているのか、他の先物取引を利用したリスクヘッジとどう違うのかについて興味を持ち、研究の題材として選んだ。

1.2. 先行研究

2012年に取引が始まったばかりの金融商品ということもあり、日経平均V I先物のリスクヘッジ効果について取り上げた日本の論文をみつけることはできなかった。そのため、アメリカで取引されているVIX先物を米国市場で取り扱った論文や、インターネットに挙げられている大阪証券取引所の日経平均V Iの説明、個人投資家の考察などを参考にして研究を進めた。論文を進めるうえで大量のデータの計算を扱うため、我々は Mathematica、Excel・VBA でプログラムを作成して計算を行った。

この研究が、これら日本市場での日経平均V I先物に関する情報をまとめて、VI先物取引への理解を促す一助となって金融市場の活性化に繋がるものになればと考える。

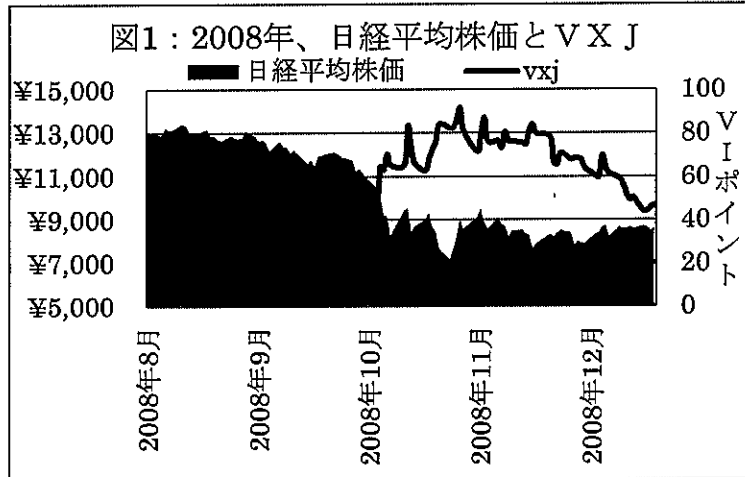
2. 恐怖指数

2.1. 恐怖指数とは

恐怖指数とは、1993年にDuke UniversityのRobert E. Whaleyによって提唱されたものである。2004年3月にアメリカのシカゴオプション取引所で恐怖指数先物取引が始まり、2008年のリーマンショックで過去最高値 89.53 を記録して注目されるようになった指数である。

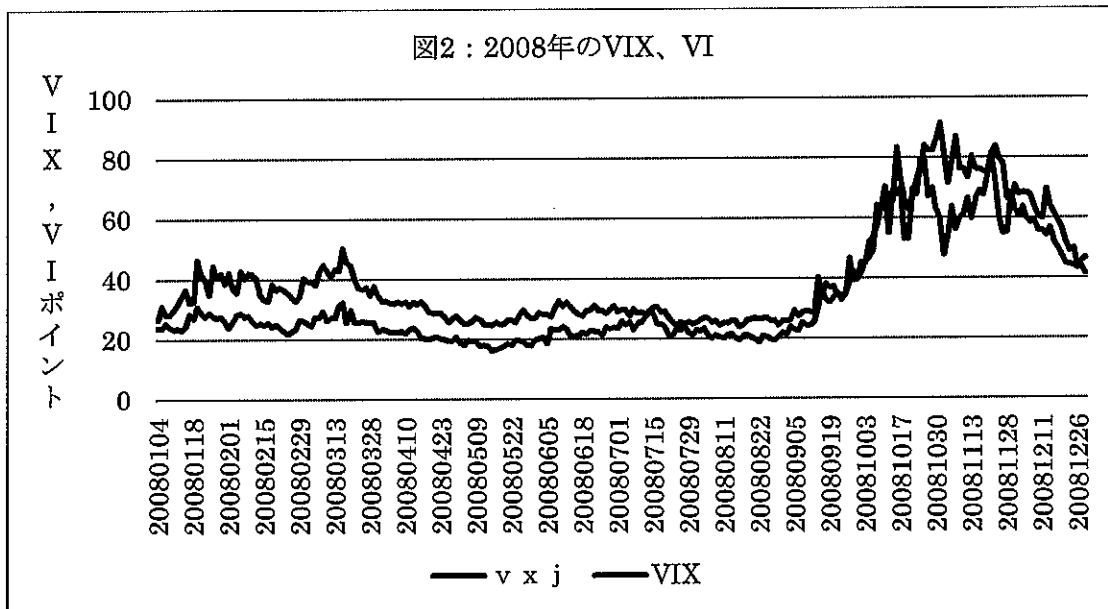
アメリカ版では VIX (Volatility Index)、日本版では V I、V X J などと呼ばれており、投資家が予想する将来の株価の変動がどのくらい大きいのかを表す指標である。

日経平均株価と V I には負の相関関係があり、図 1 を見ると、リーマンショック発生時の日経平均株価急落に対して、V I が 80 を超える大きな上昇をしていることがわかる。



このように市場の先行きが不透明な場面で、投資家の将来への不安が高まるほど恐怖指数が高い値を示すことが、V I X が恐怖指数と呼ばれる所以である。

2002年から2011年の終わりまでの期間を表した図 2 をみると、V I X は平均が 21、標準偏差が 11 で、V I は平均 26、標準偏差は 10 前後で推移している。V I が V I X より平均的に高い理由として、過去 1 年の日経平均の株価が安定的でなかったために、投資家が日本株に対してアメリカの株よりも不安定と考えていることが一因と考えられる (参考)。

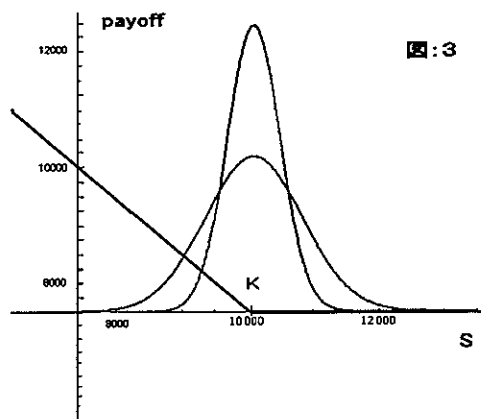


2.2. 恐怖指数の算出方法

2.2.1. Volatility

Volatility とは特にファイナンスでは、株価の変動率の標準偏差である。オプションでは Historical Volatility (HV) と Implied Volatility (IV) とが重要な概念である。HV は過去の実際の株価から求めたものである。HV では二つの問題点が考えられる。一つ目は過去のデータから将来の値を推定するので、過去から将来にわたって定常性が保たれている事が前提となる。一方で二つ目は過去のデータの推定期間によって値が変化するという事である。

将来の変動率を表すものとして、Implied Volatility (IV) がある。実際に取引されているオプション価格からブラック・ショールズ・モデルを利用して逆算された IV は将来の予想株価変動率と解釈されている。



オプション取引が「ボラティリティ取引」ともいわれるように、プレミアムは将来の株価変動率の高さを表す。図3は日経平均株価のロングプット(将来決められた価格で売る権利の購入)の pay-off ダイアグラムと、期待値が同一で標準偏差の異なる日経平均株価の正規分布を表したものである。

この図を見ると、オプションの行使価格 K を満期日の日経平均株価が上回った場合、オプションの pay-off は 0、損失は支払ったプレミアム分で常に一定であることがわかる。逆に行使価格 K を満期日の日経平均株価が下回れば下回るほど、ロングプットの pay-off は増加していく。

標準偏差が高いほどばらつきが大きく、満期日の日経平均株価が K から大きくずれる確率が高くなるのに対して、損失が生じる方向へ株価が動いたとしても損失は常に一定であるので、ばらつきが大きいほど利益が出る可能性が上がる。

このため、将来の株価の Volatility が高いほうがオプションの商品価値は高くなるのである。

2.2.2. ブラックショールズの公式 と Implied Volatility

ブラックショールズの公式はプレミアムを算出するのに用いられる代表的なモデルで、考案した二人の人物(フィシャー・ブラック、マイロン・ショールズ)の名前が冠されている。株価 S, 権利行使価格 K, Historical Volatility (σ), 残存期間 T, 金利 r の5つの値を下記の式に当てはめてオプションの理論価格を算出する。

$$C = N(d1) \times S - N(d2) \times K \times e^{-rt}$$

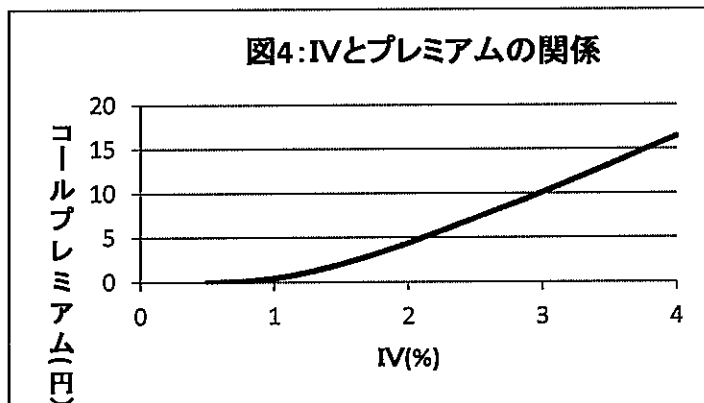
$$d1 = \frac{\text{Log}\left[\frac{S}{K}\right] + \left(r + \frac{\sigma^2}{2}\right) \times t}{\sigma \times \sqrt{t}} \quad d2 = d1 - \sigma \times \sqrt{t}$$

しかし、この公式から算出された理論価格と、市場で実際に取引されているオプション

オプションの価格は一致しない。ここで、本来オプションの理論価格を求めるためのブラックショールズの公式から HV を取り除き、実際に市場で取引されているオプションの価格を代入すると Volatility が逆算される。図 4 に示すように IV とプレミアムの関係は右上がりの線になっている。

この Volatility が、将来への投資家心理を表す Implied Volatility であり、S&P500 のオプション から算出されたものが VIX、日経平均株価のオプションから算出されたものが VI である。

VI が 30 ポイントということは、投資家が向こう一年間で日経平均株価がプラスマイナス 30% 変動する可能性が 7 割程度と予想していることを表している。



3. 日経平均 VI 先物、VIX 先物

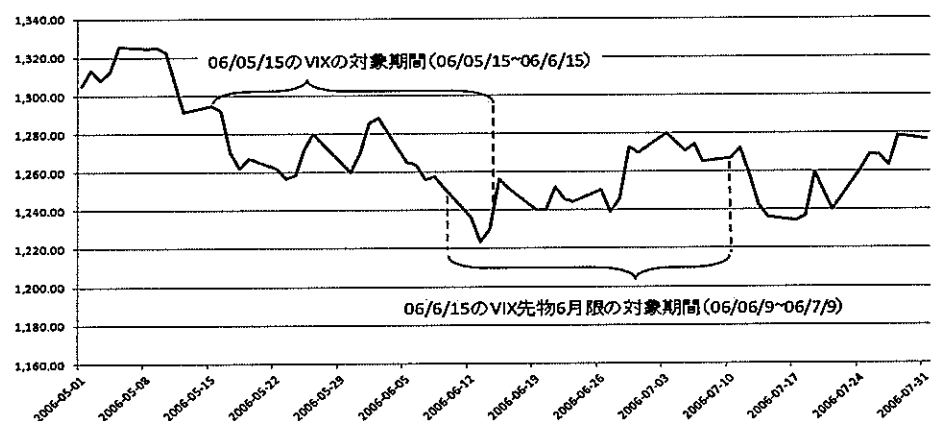
3.1. VI 先物、VIX 先物の取引概要

VI と VI 先物では日経平均株価の対象とする範囲が異なる。日経平均 VI は「直近 2 限月のオプションのうち、直近限月の先物価格を基準としてアウトオブザマネーとなる行使価格のオプション価格をつかって、それぞれの限月のボラティリティーを求め、満期が 30 日になるように線形補間を行います。」(大阪証券取引所)

VI・VIX 先物は満期時点におけるオプションの Implied Volatility を予想する形で取引が進められるのである。

日経平均 VI 先物の取引単位は日経平均 VI×10000 円、VIX 先物の取引単位は VIX×1000 ドルである。

図 : 5



3.2. VI 先物でのリスクヘッジ

3.2.1. Systematic risk

Systematic risk とは市場全体の変動によるリスクのことで、景気変動、インフレーション、社会及び環境の急激な変化によって発生する。一般の株式に分散投資する

ことによってこのリスクを回避することはできないが、VIX 指数関連の金融商品をポートフォリオに組み込むことによって、リーマンショックのようなリスクのヘッジが可能なが示されている。

図：6 (Renata Guobuzaitė, Lionel Martellini) から

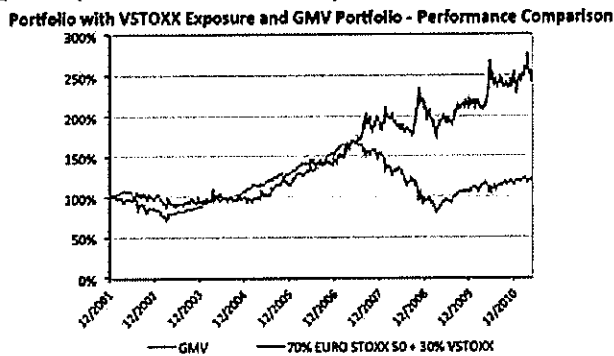


図 6 は、VSTOXX (欧州恐怖指数) を STOXX (代表株価指数) に 3 割組み込んだ使用したポートフォリオ (赤線) と、最小分散ポートフォリオ (GMV) (灰色) の成果を比較しているグラフである。

一般のポートフォリオで構成されている GMV が下落しているのに対して、VIX を取り込んだポートフォリオは上昇していることがわかる。

3.2.2. VI、VIXのボラティリティ

VI のボラティリティは原資産である日経平均株価と比べて高いという特徴がある。2008 年 1 月 4 日の日経平均株価が 14691 円、VI が 26.75、1 月 7 日には日経平均株価 14500 円、VI は 31.14 となっているように、日経平均株価が 1.3%減少しているのに対して、VI は 16.5%上昇している。

これを利用して、株式ポートフォリオに少額でも VI 先物買いを組み込んでおくことによって、突然の株価急落に対して有効なヘッジ手段となるのである。

3.2.3. VI の平均回帰性

VI 指数の変動の特徴としてあげられるのが平均回帰性である。特に災害や金融危機などによって VI 指数が大きく変動すると、その後は平均値に近づいていく性質がある

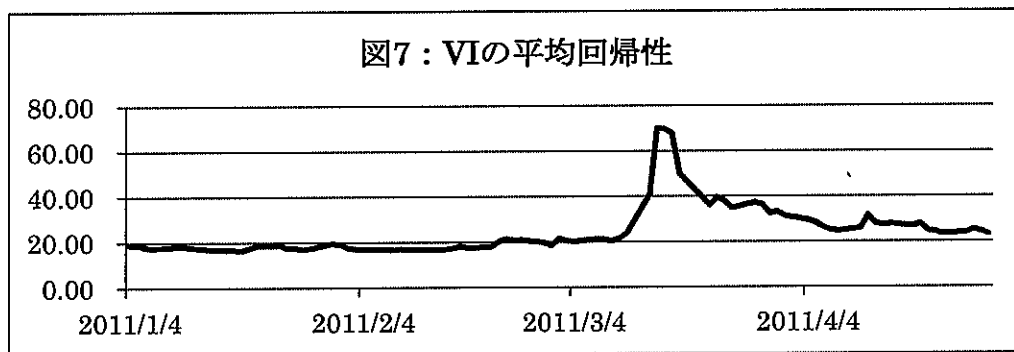


図 6 は、2009 年 1 月 5 日から 2012 年 1 月 5 日までの日経平均 VI のデータから抜粋し、2011 年 1 月から 4 月までの VI の推移を表したものである。2011 年 3 月 11 日の東日本大震災の影響により、日経平均 VI 指数は 69.88 まで上昇した(2011 年 3 月 15 日)。しかしその後は 20 日程度で平均の水準値である 26.61 (グラフ内の期間での平均値)を下回った。

図 2 の VIX 指数のデータについても見てみると、2008 年に起こったリーマンショッ

ク後には VIX 指数は急激に上昇し、徐々に平均値に回帰していく傾向がみられる。

VI の変動は全ての株価急騰に対して平均値の方へ回帰する性質がある。そしてこの性質を利用することにより、VI 指数が急騰した際にはその後下がる事が予測できる。これによって VI の先物買いをしていた場合など、前もって損失を抑える事が可能となる。

4. 日経平均 V I 先物の代替

4.1. 恐怖指数と恐怖指数先物の比較

日経平均 VI 先物取引が 2012 年 2 月 27 に始まったこともあり、仮想的に運用するための実際の市場取引データを十分に得ることができなかった。我々はそこで、VI と VI 先物にどれだけの違いが認められるかを把握したうえで、豊富にある VI のデータを先物 VI の代替として使用する。表で示されている数値は、相関係数が小数点第 4 位以下、それ以外の数値は小数点第 2 位以下で四捨五入している。

表 1：VIX、VIX 先物比較（2007～2012 年）

	VIX	VIX 先物
期待値	25.71	26.12
標準偏差	11.26	9.13
共分散	97.66	
相関係数	0.9496	
決定係数	90.17%	

表 2VI、VI 先物比較（2012 年 6 月から 10 月）

	VI	VI 先物
期待値	20.61	21.1
標準偏差	2.9	2.74
共分散	7.545	
相関係数	0.9481	
決定係数	89.89%	

まずデータが豊富にある 2007～2012 年までの VIX、VIX 先物の数値の比較を行った。VIX と VIX 先物の期待値は VIX 先物のほうが 0.4 高く、標準偏差は VIX のほうが 2.13 高く、相関係数は 0.9496 だった。

データ数が 2012 年の半年間だけであった VI と VIX では、VI 先物のほうが 0.48 高く、標準偏差は VI のほうが 0.19 高く、相関係数は 0.9481 という結果が出た。

決定係数は VIX が 90.17%、VI が 89.89% でどちらも 90% 近くと、おおむね同様の結果が出ている。

2012 年は一貫して VI に大きな変化がなく、20 程度で推移していることを考えると VIX に比べて VI の標準偏差の差が小さくなっていることは説明がつく。

VIX と VI での期待値の差 0.4 と 0.48 の違いがデータ数の不足からくる微小な誤差だと考えれば、VI と VI 先物の決定係数 90% は信頼できる値である。今回、日経平均 VI を日経平均 VI 先物の代替として扱った結果に関して 90% 信頼できる結果であるといえる。

5. 研究の方法

5.1. 最小分散ヘッジレシオ

研究の1つの方法として最小分散ヘッジレシオの概念を用いた。

ここでは1000万円の資産があり、それを日経平均株価で割った分の日経225の株を持っているとする。くわえて一カ月後に満期がくるVI先物買いをするというポートフォリオを組み、これを2008～2012年の間運用した場合と、2008年のみ運用した場合の先物買いの最適保有量を求める。

このときのポートフォリオの全体価値は、

$$Z = aX + 10000hY$$

となる。

この場合、日経平均225の株保有数がaであり、資産がXでYが満期日当日におけるVI先物指数である。そしてZは資産とVI先物を合わせたポートフォリオ全体の資産価値である。10000をYにかけているのはVI指数×10000円がVI先物取引の最低単位となるためである。

hはVI先物の保有量であり、このhの最適な保有量を求める。ここでの最適保有量とは、ポートフォリオ全体の分散を最小にする最小分散ヘッジレシオである。分散の値が大きいという事はリスクが大きいという事であり、分散を最小化するhを最小分散ヘッジレシオという。最小分散ヘッジレシオの求め方は、リスクであるこの式の運用期間分のデータの分散、

$$\hat{Z} = a^2 \sigma_x^2 + h^2 10^8 \sigma_y^2 + 2ah\rho 10^4 \sigma_x \sigma_y$$

これを微分し、イコール0とおいてhについて解く。

$$2h10^8 \sigma_y^2 + 2a\rho 10^4 \sigma_x \sigma_y = 0$$

$$h = \frac{-a\rho \sigma_x \sigma_y}{10^4 \sigma_y^2} = \frac{-a\rho \sigma_x}{10^4 \sigma_y}$$

σ_x : Xの標準偏差
 σ_y : Yの標準偏差
 ρ : 相関係数

株価とVI指数は基本的に負の相関を持っているので、この式のaXつまり株のポートフォリオ価値が下がった場合には、10000hYで利益が発生してポートフォリオの価値を安定させる。ポートフォリオ全体の価値保存手段として用いることができる。

6. 研究の結果

6.1. VI先物保有量の決定

ここでは、研究の方法で得た先物買いの保有量hのパターンについて述べる。保有量hのパターンは以下の表3のようになった。

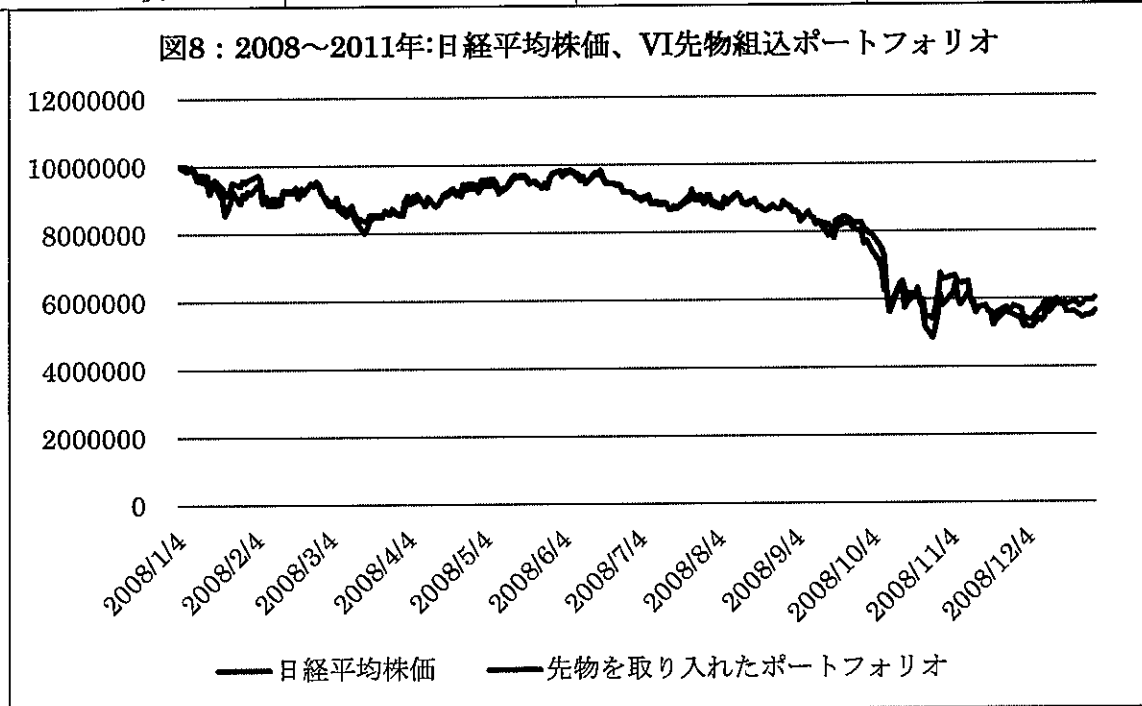
表3: 保有量hのパターン

		VI・VIX先物保有量h	
最小分散ヘッジレシオ	日経平均	2008年	7枚
		2008～2011年	3枚
	S&P500	2008年	1枚
		2008～2011年	1枚

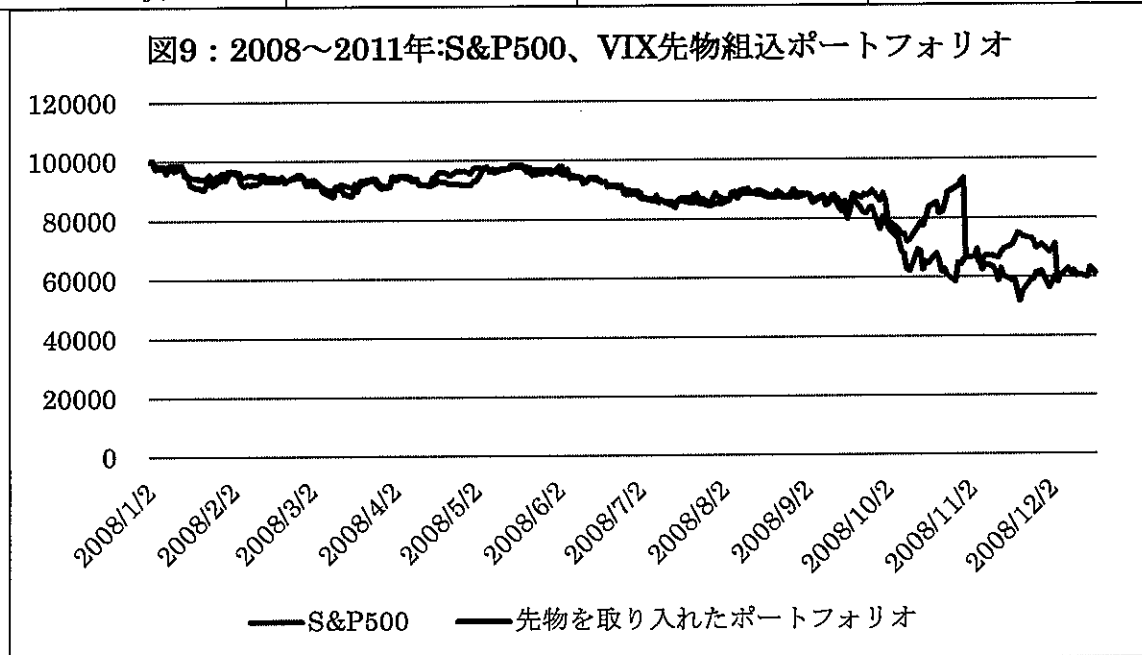
6.2. 最小分散ヘッジレシオ h で 2008～2011 年運用した結果

最小分散ヘッジレシオから導き出された VI 先物、VIX 先物買いの保有量で 2008～2011 年の 4 年間運用した場合のポートフォリオの価値変動の結果は以下の図 8、図 9 のようになった。

VI 先物保有量 h	株式ポートフォリオの平均価値	VI 先物組込ポートフォリオの平均価値	先物による損益
3 枚	6965993 円	6966364 円	363183 円



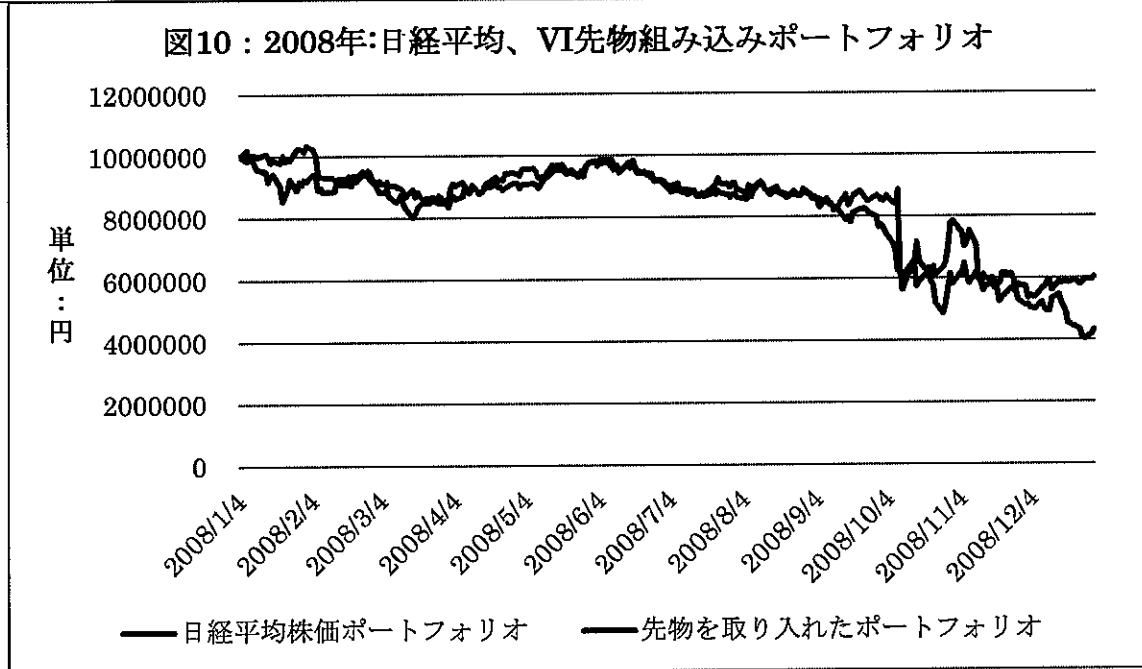
VIX 先物保有量 h	株式ポートフォリオの平均価値	VIX 先物組込ポートフォリオの平均価値	先物による損益
1 枚	79049 ドル	79077 ドル	28815 ドル



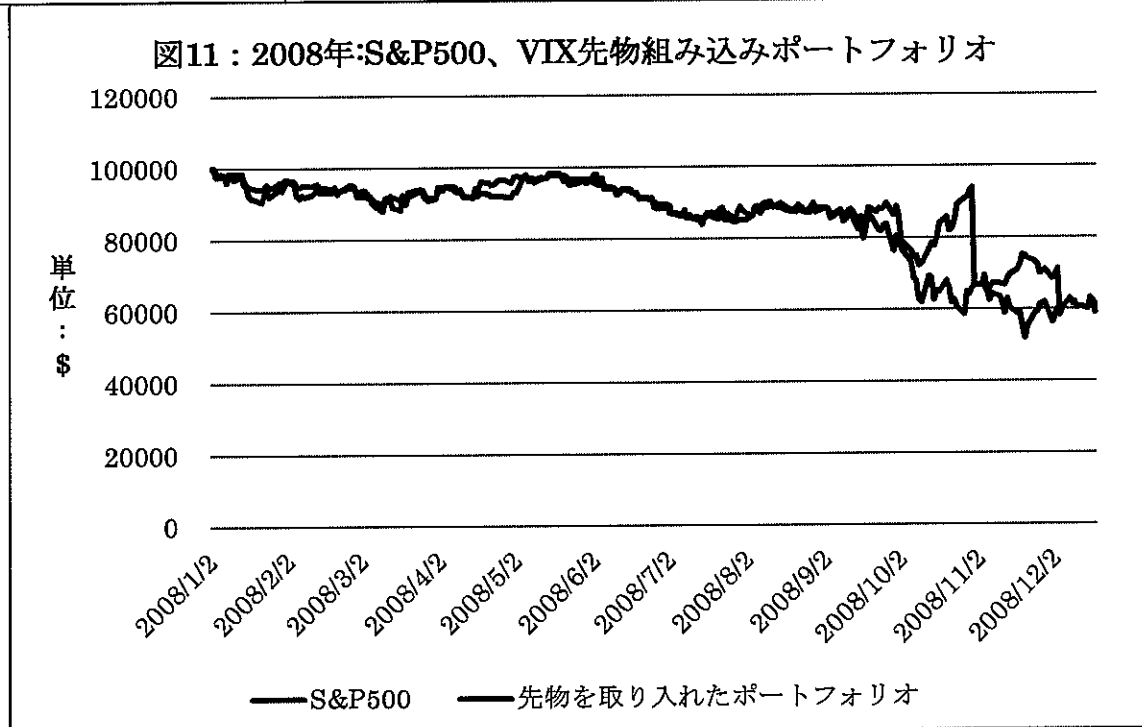
6.3. 最小分散ヘッジレシオhで2008年のみ運用した結果

2008年の一年間運用した場合のポートフォリオの価値変動の結果は以下の図10、図11のようになった。

VI 先物保有量h	株式ポートフォリオの平均価値	VI 先物組込ポートフォリオの平均価値	先物による損益
7枚	8270691円	8277626円	1699326



VIX 先物保有量h	株式ポートフォリオの平均価値	VIX 先物組込ポートフォリオの平均価値	先物による損益
1枚	84304ドル	84433ドル	32835ドル



7. 考察

ここでは研究の結果を考察する。

図 8~11 のグラフをみてわかる通り、株価が急落したときには、先物を取り入れたポートフォリオの価値が上昇してヘッジできていることがわかる。

まず日本市場での結果を見てみる。

2008 年のみ運用した場合と 2008~2011 年の間運用した場合どちらにおいても、日次ベースでのポートフォリオ平均価値は VI 先物を組み込んだポートフォリオの方が高かった。

2008~2011 年の運用では日次ベースで約 370 円、リーマンショックのおきた 2008 年のみ運用では一日約 7000 円程度ポートフォリオの価値を高くすることができた。

アメリカ市場においても同様の結果を出すことができた。

2008~2011 年の運用では日次ベースで 28 ドル、2008 年のみ運用では 130 ドルポートフォリオの平均価値が高かった。

8. 結論

以上の事から、最小分散ヘッジレシオを用いて導いた VI 先物買いの保有量 h で運用することによって、日経平均 VI がポートフォリオの価値保存に有効であることがわかった。

この研究では、日経平均 VI 先物取引のリスクヘッジ手段としての有効性について論じた。株式ポートフォリオに日経平均 VI 先物を組み込み、過去のデータを用いて仮想的に運用していたとするなら、リスクヘッジまたはポートフォリオの価値保存手段としてどれほど有効であったのかを考察し、日経平均 VI 先物取引の利用によってポートフォリオのさらなる分散化・リスクの軽減を達成し、ポートフォリオの価値をより安定的に保存できるという結論を導いた。

参考文献の一覧

1. ツヴィ.ボディ,ロバート.C.マートン (大前恵一朗訳) 『現代ファイナンス理論 意思決定のための理論と実践』(株式会社ピアソン・エデュケーション、2001) pp.500~503.
2. 大村敬一,楠美将彦 『ファイナンスの基礎』(一般社団法人 金融財政事情研究会、2012) pp.232~233.
3. B.J.Christensen,N.R.Prabhala 『The relation between implied and realized volatility』(Journal of Financial Economics 50,1998)
4. 大阪証券取引所 「オプション取引 理論」 (<http://www.ose.or.jp/derivative/6119>) 2012年12月6日現在
5. 大阪大学 金融保険教育研究センター 「VXJ 利用ガイド」 (<http://www-csfi.sigmath.e.s.osaka-u.ac.jp/structure/activity/vxj/vxj.pdf>) 2012年12月6日現在
6. Yahoo! Finance 「VOLATILITY S&P500 Stock」 (<http://finance.yahoo.com/q/hp?s=%5EVIX&a=00&b=1&c=1998&d=08&e=28&f=2012&g=w&z=66&y=66>) 2012年12月6日現在
7. オプショントレード振興協会 オプション道場 「日米の” 恐怖指数” を比較」 (http://www.option-doj.com/topics/2008/1_12.html) 2012年12月6日現在
8. オプショントレード振興協会 オプション道場 「日経 225 オプション 最新ボラティリティ・チャート」 (http://www.option-doj.com/kn/225_latest.html) 2012年12月6日現在
9. Renata Guobuzaitė,Lionel Martellini 『The Benefits of Volatility Derivatives in Equity Portfolio Management』(An EDHEC-Risk Institute Publication,2012)